ПУБЛІЧНИЙ ПРИКЛАД АУДИТУ

Безпека інтернет-магазину Stard

stard.com.ua • read-only перевірка • липень 2026

Загальний висновок для власника

Рівень ризику - високий. Підтверджено, що три платні доповнення були змінені сторонніми розробниками, а сім компонентів потребують оновлення. Це не доводить фактичний злам або крадіжку даних, однак цілісність змінених пакетів не можна вважати гарантованою. Виправлення слід виконати планово, але без затримки.

3	7	0	34
змінені платні доповнення	застарілі компоненти	руйнівних дій під час аудиту	сторінки повного звіту

Що це означає для бізнесу

Невідомий код у робочих компонентах потенційно може впливати на сторінки, замовлення та дані, доступні цим компонентам. Підтверджено ризик ланцюга постачання, але не підтверджено крадіжку паролів, грошей або клієнтської бази. Безпечний шлях - замінити змінені пакети офіційними версіями, оновити компоненти у тестовому середовищі та повторно перевірити сайт.

Межа висновку

Перевірка виконувалася лише доступними read-only способами. Активні атаки, платежі, база клієнтів і руйнівні сценарії не тестувалися. Це оцінка підтверджених ризиків, а не сертифікація ISO.

ПІДТВЕРДЖЕНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Що необхідно виправити

Результати згруповано за впливом на бізнес і пріоритетом виправлення.

Змінені платні доповнення

Високий ризик • підтверджено. Три пакети мають навмисні зміни поведінки ліцензування та відповідей постачальника. Їх слід замінити довіреними офіційними копіями.

Застарілі компоненти

Високий пріоритет. Сім підтверджених компонентів відстають від доступних версій. Оновлення потрібно спочатку перевірити у staging-середовищі.

Надмірно детальне журналювання

Високий пріоритет. Робочі журнали можуть розкривати внутрішню інформацію та неконтрольовано займати місце. Потрібні безпечний рівень деталізації і строк зберігання.

Інтеграції та секрети

Потребує перевірки. Спосіб передавання окремих чутливих параметрів варто переглянути, а потенційно зачеплені ключі - ротувати після узгодження з власником.

Що не підтверджено

Не виявлено доказів фактичного захоплення сайту, витоку клієнтської бази, списання коштів або крадіжки паролів. Водночас частина цих сценаріїв не могла бути перевірена без додаткових доступів.

СЦЕНАРІЇ РИЗИКУ

Що може статися без виправлень

Сценарії описують можливий вплив на бізнес і не містять інструкцій з експлуатації.

1. Недовірений пакет впливає на магазин

Під час оновлення або виконання змінений компонент отримує доступ до даних і процесів, які обробляє. Наслідком можуть бути помилки сторінок, замовлень або інтеграцій.

2. Відома слабкість залишається у старій версії

Застарілий компонент може містити вже виправлену виробником проблему. Чим довше відкладається контрольоване оновлення, тим довше зберігається невизначеність.

3. Службова інформація потрапляє до журналів

Надмірне журналювання може накопичувати внутрішні відомості, ускладнювати реагування на інциденти та створювати ризик переповнення сховища.

4. Компрометований ключ дає сторонній доступ

Якщо чутливий параметр був розкритий або повторно використаний, сторонній сервіс може приймати небажані запити. Підтвердження потребує окремої безпечної перевірки.

Пріоритет рішення

Найкращий баланс ризику і безперервності роботи - зберегти докази, підготувати офіційні пакети у staging, створити точку повернення і лише після перевірки переносити зміни на робочий сайт.

ПЛАН ВИПРАВЛЕНЬ

72 години, 7 днів і 30 днів

Послідовність мінімізує ризик простою та дозволяє перевіряти кожну зміну до production.

Упродовж 72 годин

- Зберегти копії та контрольні суми трьох змінених пакетів як докази.
- Підготувати їх заміну офіційними версіями та план повернення.
- Узгодити ротацію потенційно зачеплених ключів.
- Зменшити надмірне журналювання до безпечного рівня.

Упродовж 7 днів

- Оновити сім компонентів спочатку у staging-середовищі.
- Перевірити оформлення замовлень, форми, мови, кешування та інтеграції.
- Підтвердити ролі доступу і серверну авторизацію критичних операцій.
- Повторно перевірити сайт після заміни файлів.

Упродовж 30 днів

- Запровадити реєстр компонентів, версій, джерел і відповідальних.
- Формалізувати тимчасові доступи, ротацію секретів і строки журналів.
- Налаштувати контроль критичних змін та регулярний повторний аудит.
- Зафіксувати прийнятий залишковий ризик і власників рішень.

Усі зміни слід виконувати у погоджене вікно з резервною копією та відповідальним за повернення. Публічний звіт не є дозволом змінювати production.

ОБСЯГ ПЕРЕВІРКИ

Що оцінювалося у read-only режимі

Обсяг фіксує межі висновків і відділяє підтверджені факти від неперевірених зон.

Перевірено	Не перевірено або потребує доступу
• Публічна поведінка сайту і доступні веб-налаштування. • Наданий знімок коду та склад компонентів. • Цілісність, версії і походження доступних пакетів. • Високорівневі налаштування мережі, сертифіката і домену. • Ризики доступу, журналювання, інтеграцій і захисту даних. • Відповідність практикам безпечної розробки та управління ризиками.	• Вміст робочої бази даних і повна історія замовлень. • Платіжні операції та дії від імені реальних клієнтів. • Активна експлуатація вразливостей або навантажувальні атаки. • Руйнівні перевірки, зміна файлів чи налаштувань production. • Повна перевірка хоста, резервних копій і внутрішнього моніторингу. • Формальна сертифікація ISO або гарантія відсутності всіх ризиків.

Рівень впевненості

Високий для безпосередньо збереженого коду та публічних фактів. Обмежений для робочого стану компонентів, бази даних, платежів, резервного копіювання та автентифікованих сценаріїв, до яких не було достатнього read-only доступу.

Принцип безпеки аудиту

Під час перевірки не виконувалися зміни production, масове навантаження, підбір доступів або інші дії, здатні порушити роботу сайту.

РЕЗУЛЬТАТ ДЛЯ КЛІЄНТА

Що входить до повного аудиту

Звіт побудований так, щоб власник розумів ризик, а технічна команда могла безпечно виконати виправлення.

Матеріали аудиту

- Короткий висновок для власника без зайвої технічної термінології.
- Реєстр підтверджених проблем із пріоритетом і впливом на бізнес.
- Технічні докази та межі впевненості для кожного висновку.
- План виправлень із відповідальними, строками та залежностями.
- Безпечні критерії повторної перевірки після змін.
- PDF-звіт і матеріали для погодженої технічної команди.

1	Узгоджуємо обсяг і безпечні доступи.
2	Проводимо read-only перевірку і фіксуємо докази.
3	Передаємо висновки, пріоритети і план дій.
4	Після виправлень виконуємо повторну перевірку.

Зв'язатися з oudit.me

Сайт: oudit.me
Email: support@oudit.me
Telegram: t.me/oudit_bot

Опишіть сайт, задачу і бажаний строк. Ми запропонуємо безпечний формат перевірки та перелік доступів, достатніх для погодженого обсягу.

Чутливі технічні докази повного аудиту передаються лише замовнику через погоджений канал.

Illustration 1 — Revenue Recognition

Sunrise Trading Co. sells goods on 30-day credit terms. Management expects collection of all receivables. The company recognises revenue when the goods are dispatched and the customer accepts the invoice.

Illustration 2 — Provisions

Sunrise Trading Co. provides a 12-month warranty on its goods. Based on past experience, 2 % of sales are expected to be claimed. The provision is recognised at the time of sale.

Table 3.12 Comparison of methods for estimating the variance of a sample mean under simple random sampling, stratified sampling, and cluster sampling, with illustrative numbers from a hypothetical population of 1,000 units.

Method	Formula	Assumptions	Bias	Relative efficiency	Typical use	Notes
Simple random sampling	s^2/n	Independent draws from a single homogenous population	Unbiased	1.00 (baseline)	Small, homogenous populations	Ignores any structure in the population
Stratified sampling	$\sum_h W_h^2 s_h^2 / n_h$	Strata are mutually exclusive and exhaustive; within-stratum variance is smaller than total variance	Unbiased	0.62	Surveys with known strata (region, age, sex)	Requires accurate stratum weights W_h
Cluster sampling	s_b^2/m	Clusters are randomly selected; between-cluster variance dominates	Unbiased	1.41	Household surveys, school surveys	Inflated by intra-cluster correlation ρ

Table 3.13 Sample size required for a 95% confidence interval with margin of error 5 units, by method and population variance.

Method	Population variance σ^2	Sample size n	Design effect	Cumulative interviews	Cost per unit (USD)	Total cost (USD)
Simple random sampling	100	384	1.00	384	12	4,608
Simple random sampling	200	768	1.00	768	12	9,216
Simple random sampling	400	1,536	1.00	1,536	12	18,432
Simple random sampling	800	3,072	1.00	3,072	12	36,864
Simple random sampling	1,600	6,144	1.00	6,144	12	73,728
Stratified sampling	100	238	0.62	238	14	3,332
Stratified sampling	200	476	0.62	476	14	6,664
Stratified sampling	400	952	0.62	952	14	13,328
Stratified sampling	800	1,904	0.62	1,904	14	26,656
Stratified sampling	1,600	3,808	0.62	3,808	14	53,312
Cluster sampling	100	541	1.41	541	9	4,869
Cluster sampling	200	1,082	1.41	1,082	9	9,738
Cluster sampling	400	2,164	1.41	2,164	9	19,476
Cluster sampling	800	4,328	1.41	4,328	9	38,952
Cluster sampling	1,600	8,656	1.41	8,656	9	77,904

[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] Pipelines [illegible]

[illegible]

[illegible] Pipelines [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible] Implications

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible] Pipelines

- [illegible]
- [illegible]

Consider a dataset of N observations $\{x_1, \ldots, x_N\}$ drawn from a single-variable Gaussian distribution with unknown mean μ and known variance σ^2. We want to estimate μ using the maximum likelihood principle.

Assuming the observations are independent and identically distributed, the likelihood function factorizes into a product of individual Gaussian densities. Taking the logarithm gives the log-likelihood, which is easier to work with because products become sums and the exponential cancels against the logarithm.

Differentiating the log-likelihood with respect to μ and setting the result to zero yields the maximum likelihood estimator $\hat{\mu} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x_n$. This is the sample mean, a result that matches intuition but now has a formal justification. The corresponding estimator for σ^2 is $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(x_n - \hat{\mu})^2$, which is biased downward by a factor of $\frac{N-1}{N}$.

Overview

Bayesian inference treats the parameter θ as a random variable rather than a fixed unknown quantity. Instead of producing a single estimate, it produces a distribution over all plausible values of θ given the observed data. This distribution carries more information than any point estimate: it tells you how confident you should be, and it allows you to propagate uncertainty through subsequent calculations.

Conjugate priors for Gaussian data

When the prior and the posterior belong to the same family, the prior is called conjugate. For a Gaussian likelihood with known variance, the conjugate prior on μ is itself Gaussian. Conjugacy makes the posterior tractable because the update rule reduces to simple arithmetic on the parameters of the prior.

Posterior parameters

Posterior predictive distribution

- Given a new observation x_{N+1}, the posterior predictive distribution integrates the likelihood over the posterior: $p(x_{N+1} \mid x_1, \ldots, x_N) = \int p(x_{N+1} \mid \mu)\, p(\mu \mid x_1, \ldots, x_N)\, d\mu$. This integral has a closed form when the prior is conjugate.
- The predictive distribution is wider than the posterior because it accounts for both the uncertainty in μ and the inherent variance σ^2 of the data. As $N \to \infty$, the predictive distribution converges to the true data distribution.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]

Table 3.1. — Representative pre-training recipes. Tokens are in trillions; "Mixture" lists the broad data sources. Values are illustrative of publicly reported recipes circa 2024–2025.

Model	Tokens	Mixture	Notes
Llama 3 8B	15T	web, code, math, multilingual	Trained on 16K H100 GPUs; cosine LR decay
Llama 3 70B	15T	web, code, math, multilingual	Same recipe as 8B; tensor + pipeline parallelism
Llama 3.1 405B	15T	web, code, math, multilingual	Bf16 mixed precision; ZeRO-1 optimizer sharding
Mistral 7B	8T	web, code	Sliding window attention; GQA
Mixtral 8×7B	8T	web, code	Sparse MoE; 2 experts active per token
Qwen 2.5 7B	18T	web, code, math, multilingual	Long-context extension to 128K
Qwen 2.5 72B	18T	web, code, math, multilingual	Trained on Alibaba Cloud H800 clusters
DeepseekMoE 16B	2T	web, code	Fine-grained experts; shared expert
Phi-3 mini 3.8B	3.3T	web, synthetic textbooks	Heavily filtered web data; synthetic reasoning data
Gemma 2 9B	8T	web, code	Interleaved local and global attention
Gemma 2 27B	13T	web, code	Same recipe as 9B; logit soft-capping
Nemotron-4 340B	9T	web, code, math, multilingual	Trained on 6144 H100 GPUs; FP8 mixed precision

Data mix

The data mix is the most underspecified part of the recipe. Most labs publish a high-level mix (web, code, math, multilingual, synthetic) but not the exact weights. Small changes in the mix can move downstream benchmarks by several points, so it is the part most worth ablating on your own data.

Curriculum and annealing

Some recipes shift the mix late in training toward higher-quality data (textbooks, math, instruction-style text) for the last few billion tokens. This "annealing" phase is cheap and reliably improves benchmark scores.

Hardware and cost

Model	Hardware	Wall-clock	Approx. cost
Llama 3 8B	16K H100	7 days	$1.5M
Llama 3 70B	16K H100	21 days	$6.5M
Llama 3.1 405B	16K H100	54 days	$30M
Mistral 7B	256 A100	90 days	$0.2M
Mixtral 8×7B	512 A100	120 days	$0.5M
Qwen 2.5 72B	2048 H800	60 days	$2.5M
DeepseekMoE 16B	512 A100	30 days	$0.1M
Phi-3 mini 3.8B	512 H100	14 days	$0.3M
Gemma 2 9B	4096 TPU v5p	30 days	$0.4M
Gemma 2 27B	4096 TPU v5p	60 days	$1.2M
Nemotron-4 340B	6144 H100	90 days	$8M

Pre-training objectives

Most models use next-token prediction with cross-entropy loss. Variants include fill-in-the-middle (FIM) for code models, multi-token prediction, and auxiliary losses for mixture-of-experts routing.

Optimizer choices are almost universally AdamW with cosine learning rate decay and gradient clipping at 1.0. Learning rate, batch size, and warmup length are the hyperparameters that matter most.

Pre-training objectives

Masked language modelling

- Randomly mask 15% of tokens; predict the original token from context. Bidirectional attention sees both left and right context. Used in BERT, RoBERTa, ELECTRA.
- Masking strategy matters: 80% replace with [MASK], 10% random token, 10% unchanged. Prevents the model from learning to copy the masked token rather than understanding context.
- Span masking (SpanBERT) masks contiguous spans instead of individual tokens. Better for tasks requiring multi-token reasoning.

Causal LM

- Predict next token given all previous tokens. Unidirectional attention. Used in GPT family, LLaMA, Mistral.
- Loss: $-\log P(x_t \mid x_{<t})$ averaged over all positions. Every token in the sequence contributes a training signal.
- Prefix LM variant: bidirectional attention over prefix, causal over suffix. Used in T5 and PaLM for instruction tuning.

Mixture of denoisers (UL2)

- Combine multiple pre-training objectives: R-denoiser (short spans), S-denoiser (long spans), X-denoiser (extreme masking).
- Each objective teaches different capabilities: R for local coherence, S for long-range dependencies, X for robust representations.
- Mixture ratio controls the trade-off between objectives. UL2 uses 25% R, 25% S, 50% X.
- Unified framework: all three objectives share the same architecture and loss function, differ only in masking pattern.

Key idea — Pre-training objectives determine what the model learns. Masked LM learns bidirectional representations, causal LM learns generation, mixture of denoisers learns both. The choice of objective shapes the model's capabilities more than architecture does.

[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] — [illegible]

[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Function notation

Suppose f is a function.

- **Input:** x is the input, or the independent variable, or the argument. x can be any number in the domain of f.
- **Output:** $f(x)$ is the output, or the dependent variable, or the value of f at x.

Example 3.2.1 — Consider the function $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$. Find $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$, $f(a)$, $f(a+h)$, and $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

Step	Result
$f(0) = 2(0)^2 - 3(0) + 1$	1
$f(1) = 2(1)^2 - 3(1) + 1$	0
$f(-2) = 2(-2)^2 - 3(-2) + 1$	15
$f(a) = 2a^2 - 3a + 1$	$2a^2 - 3a + 1$
$f(a+h) = 2(a+h)^2 - 3(a+h) + 1$	$2a^2 + 4ah + 2h^2 - 3a - 3h + 1$
$\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = \dfrac{(2a^2 + 4ah + 2h^2 - 3a - 3h + 1) - (2a^2 - 3a + 1)}{h}$	$\dfrac{4ah + 2h^2 - 3h}{h}$
$= \dfrac{h(4a + 2h - 3)}{h}$	$4a + 2h - 3$

Domain

The domain of f is the set of all inputs for which $f(x)$ is defined. When f is given by a formula, the domain is the largest set of real numbers for which the formula makes sense.

Domain from a formula

Find the domain of $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$. The denominator $x - 2$ vanishes at $x = 2$, so 2 is not in the domain. Everywhere else the formula is defined, so the domain is $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$.

Domain of a square root

Find the domain of $g(x) = \sqrt{x - 3}$. The square root requires $x - 3 \geq 0$, so the domain is $[3, \infty)$.

Domain of a rational function

Find the domain of $h(x) = \dfrac{x + 1}{x^2 - 9}$. The denominator $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$ vanishes at $x = 3$ and $x = -3$, so the domain is $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 3, x \neq -3\}$.

Domain of a piecewise function

Find the domain of $p(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$. The first piece is defined for $x < 0$ and the second for $x \geq 0$, so the domain is $(-\infty, 0) \cup [0, \infty) = \mathbb{R}$.

Domain of a composite function

Find the domain of $(f \circ g)(x)$ when $f(x) = \sqrt{x}$ and $g(x) = x - 3$. The domain of $f \circ g$ is the set of x in the domain of g for which $g(x)$ is in the domain of f. Here $g(x) \geq 0$ requires $x \geq 3$, so the domain is $[3, \infty)$.

Domain of a composite function

Find the domain of $(f \circ g)(x)$ when $f(x) = \dfrac{1}{x}$ and $g(x) = x^2 - 1$. The domain of $f \circ g$ is the set of x in the domain of g for which $g(x)$ is in the domain of f. Here $g(x) \neq 0$ requires $x \neq \pm 1$, so the domain is $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 1, x \neq -1\}$.

Domain of a composite function

Find the domain of $(f \circ g)(x)$ when $f(x) = \sqrt{x}$ and $g(x) = x - 3$. The domain of $f \circ g$ is the set of x in the domain of g for which $g(x)$ is in the domain of f. Here $g(x) \geq 0$ requires $x \geq 3$, so the domain is $[3, \infty)$.

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible] — [illegible]

[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Diffusion and viscosity are both transport processes in which a quantity moves from regions of high concentration to regions of low concentration. In diffusion, the quantity is mass; in viscosity, the quantity is momentum. The mathematical structure of the two processes is identical, and the same boundary-value problem solves both.

Table 7.4.1 — Diffusion and viscosity share the same mathematical structure. Substituting mass density for momentum density converts one into the other.

Quantity	Mass density ρ
Flux	$-D\,\nabla\rho$
Transport coefficient	D (diffusivity)
Governing equation	$\partial\rho/\partial t = D\,\nabla^2\rho$
Steady state	$\nabla^2\rho = 0$
Boundary condition	$\rho = \rho_0$ on S
Solution	$\rho = \rho_0$ everywhere
Quantity	Momentum density ρv
Flux	$-\nu\,\nabla(\rho v)$
Transport coefficient	ν (kinematic viscosity)
Governing equation	$\partial(\rho v)/\partial t = \nu\,\nabla^2(\rho v)$
Steady state	$\nabla^2(\rho v) = 0$
Boundary condition	$v = v_0$ on S
Solution	$v = v_0$ everywhere

Derivation

Consider a fluid in a region V bounded by a surface S. The fluid has a mass density $\rho(\mathbf{r}, t)$ and a velocity field $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$. Mass is neither created nor destroyed, so the rate at which mass leaves a small volume dV must equal the rate at which the density inside falls. The mass flowing out per unit time through a surface element dS is $\rho\,\mathbf{v}\cdot d\mathbf{S}$, so the rate of change of total mass in V is

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\,dV = -\oint_S \rho\,\mathbf{v}\cdot d\mathbf{S}.$$

Applying the divergence theorem to the surface integral converts it into a volume integral:

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\,dV = -\int_V \nabla\cdot(\rho\,\mathbf{v})\,dV.$$

Since this holds for any volume V, the integrands must agree:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\nabla\cdot(\rho\,\mathbf{v}).$$

This is the continuity equation. It is exact for any fluid, regardless of its viscosity or compressibility. To close it, we need a relation between $\mathbf{v}$ and ρ — the equation of motion — which depends on the fluid's properties.

Fick's first law

Suppose the fluid is at rest ($\mathbf{v} = 0$) and the density is not uniform. Then the continuity equation reduces to $\partial\rho/\partial t = 0$, which says nothing about how the density will change. Experience shows that mass does flow from high density to low density. The simplest assumption is that the flux is proportional to the gradient:

$$\mathbf{J} = -D\,\nabla\rho.$$

This is Fick's first law. The minus sign ensures that the flux points downhill. Substituting into the continuity equation gives

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = D\,\nabla^2\rho.$$

Navier-Stokes equation

When the fluid is not at rest, the momentum density $\rho\,\mathbf{v}$ is conserved. The flux of momentum includes both the convection term $\rho\,\mathbf{v}\,\mathbf{v}$ and a viscous term $-\nu\,\nabla(\rho\,\mathbf{v})$. Combining these with the continuity equation gives the Navier-Stokes equation:

$$\frac{\partial(\rho\,\mathbf{v})}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\,\mathbf{v}\,\mathbf{v}) = \nu\,\nabla^2(\rho\,\mathbf{v}).$$

Table 7.4.2 — Boundary conditions for the diffusion equation. Each condition specifies the value of ρ on the surface S.

Dirichlet	$\rho = \rho_0$ on S	Concentration fixed at the surface	Surface in contact with a reservoir	Surface held at a fixed temperature
Neumann	$\partial\rho/\partial n = 0$ on S	No flux through the surface	Impermeable wall	Insulated surface
Mixed	$\rho + \alpha\,\partial\rho/\partial n = \rho_0$ on S	Flux proportional to the surface concentration	Surface with a finite reservoir	Surface with a finite heat capacity

Boundary conditions

Solutions of the diffusion equation are determined by boundary conditions on the surface S. The three standard types are Dirichlet, Neumann, and mixed. Dirichlet conditions specify ρ directly; Neumann conditions specify $\partial\rho/\partial n$; mixed conditions specify a combination. Table 7.4.2 lists the three types and their physical interpretations.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [

Note: Dividends are shown in the period declared, not the period paid. Interest expense includes amortization of debt issuance costs. Tax rate reflects effective rate including state taxes. Stock-based compensation is presented net of capitalized amounts.

Consolidated Balance Sheets — Fiscal Year

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Table 3. Consolidated Income Statement

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]